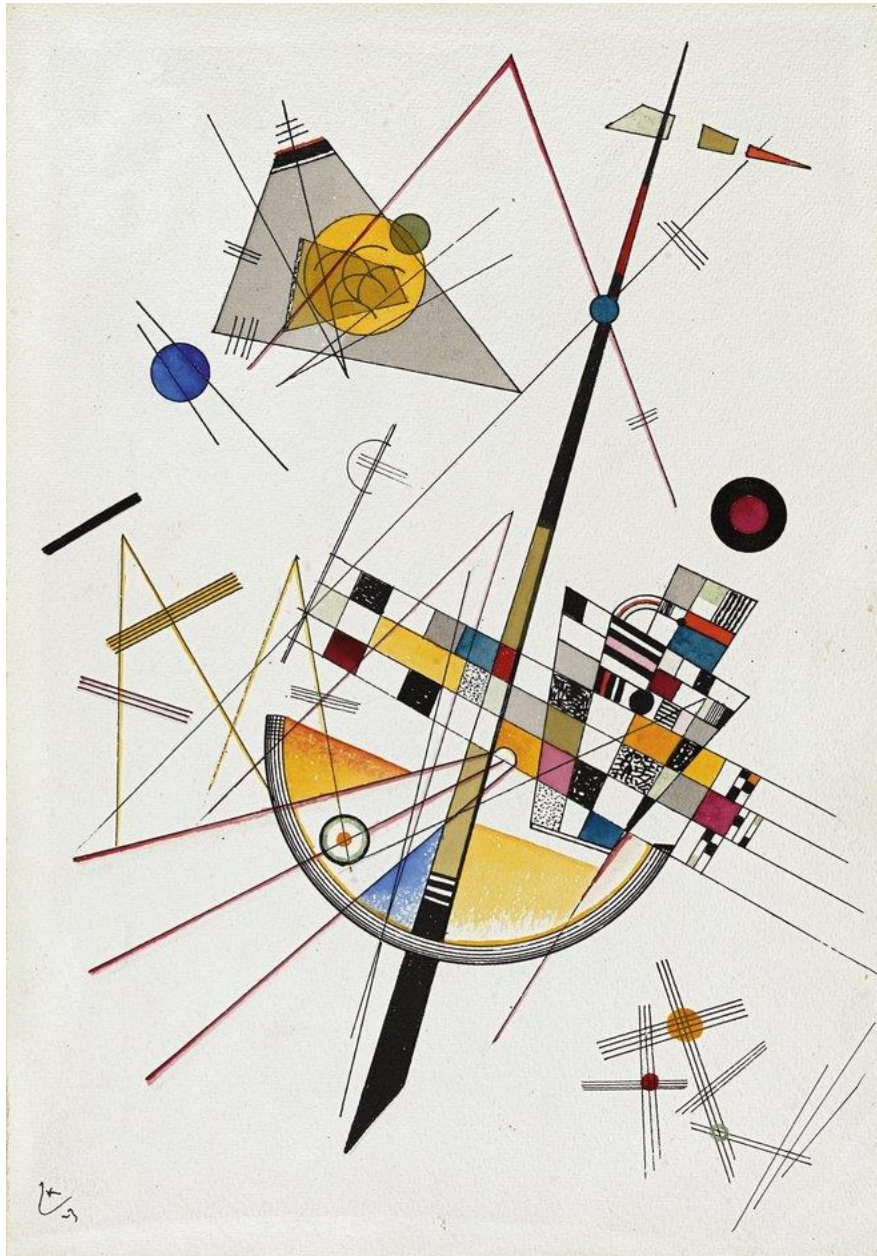


L'UTILISATION DES ANGLES : CARTOGRAPHIE ET NAVIGATION



Les Samedi du CNPL

Exposé le 4 décembre 2021, 10h00, par Dominique ROUILLARD

Nous naviguons sur une mer qui n'est pas plate alors que nos cartes le sont.

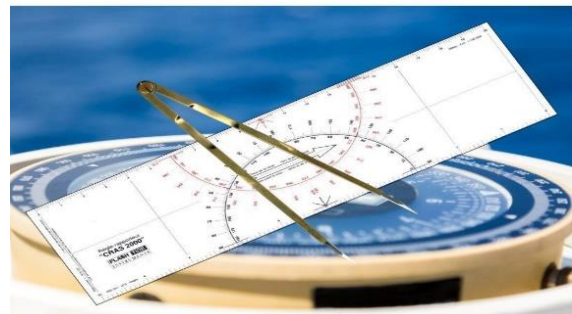
Au fur et à mesure des découvertes scientifiques il a donc fallu trouver des compromis : ce sera l'objet de cet exposé.

HORUS navigant au milieu de nulle-part.

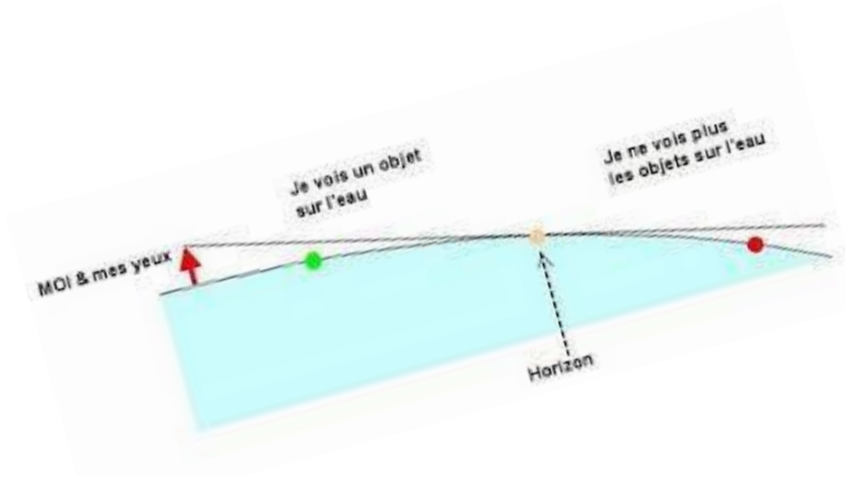


*Navigant au large des côtes, pour peu que le vent soit tombé, la mer plate, aucun repère. On ne distingue qu'une ligne ou plutôt une courbe d'horizon sur 360°. Curieusement cette **limite** semble même plus haute que le bateau, comme si la mer n'était pas plate mais creuse ! Rien devant, rien derrière. Ou suis-je ?*

L'objet de cet exposé consiste à mettre en évidence le rôle essentiel en navigation comme en cartographie du bon usage des triangles ;



Cette ligne d'horizon semble fuir au fur et à mesure de ma progression. Comment en évaluer la distance ?



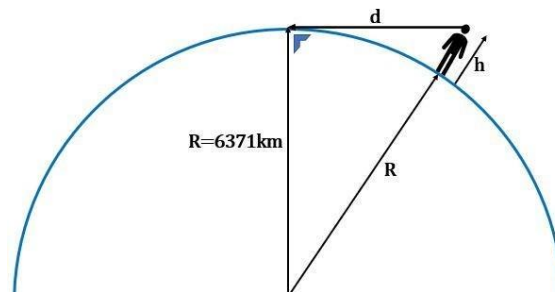
On se souvient de PYTHAGORE, bien sûr !!! Dans un triangle rectangle la somme des carrés des 2 cotés égale le carré de l'hypoténuse.

Oublions la formule, mais observons le dessin :

$$R^2 + d^2 = (R + h)^2$$

ou

$$d = \sqrt{(R + h)^2 - R^2}$$



Première remarque : Les apparences sont trompeuses ; si je regarde l'horizon, ma vue se dirige vers le bas sinon je ne verrais que le ciel. Mais mon cerveau redresse mon regard et rétablit l'horizontale. C'est pourquoi j'ai l'impression que cette limite est à la hauteur de ma vue, donc plus haut que le niveau réel.

Deuzio : Si la ligne est courbe, c'est dû la surface sphérique de la terre, qui n'est pas plate. Ce n'est plus un scoop mais j'y revendrais plus loin.

Troizio : encore faut-il connaître le rayon de la terre.

Si mon œil est à $h = 1,8 \text{ m}$ au-dessus du niveau de la mer, sachant que le rayon moyen de la terre est $R = 6371 \text{ km}$, la ligne d'horizon est à $d = 4789 \text{ m}$.

Donc en reprenant la formule de Pythagore, on détermine que l'horizon est à 4,8 km.

Evidemment si je grimpe au mat à 10 m , la distance de l'horizon sera alors de $11,3 \text{ km}$.

De même au-delà de l'horizon je ne peux voir que le haut des voiles ou les feux du phare.

Un feu à une hauteur de **20 m** au-dessus du niveau de la mer sera visible si le temps est clair à **16 km**.

Déjà on peut en tirer une autre constatation :

Puisque on devine le haut des voiles ou le feu d'un phare, au-delà de l'horizon, si nous parvenons à l'atteindre, nous ne tomberons pas dans le vide !

En réalité on le savait depuis l'antiquité même si certains en doutaient encore à la fin du moyen âge. En 1492, Christophe Collomb savait aussi que faisant route vers l'ouest, il ne tomberait pas dans le vide. Il avait cependant un peu sous-estimé la distance à parcourir.

L'horizon vu de 1,8m sur mon bateau est à 4,8 km

Ce simple exemple suppose des connaissances que l'on ne songe plus à remettre en cause : la rotondité de la terre, ses dimensions. Et pourtant, c'est le résultat d'un savoir millénaire : le bon usage des angles et degrés !

Pythagore : philosophe et mathématicien né vers 580 av JC à Sarros en Grèce

Eratosthène : astronome et géographe grec aussi né vers 278 av JC mort à Alexandrie vers 194.

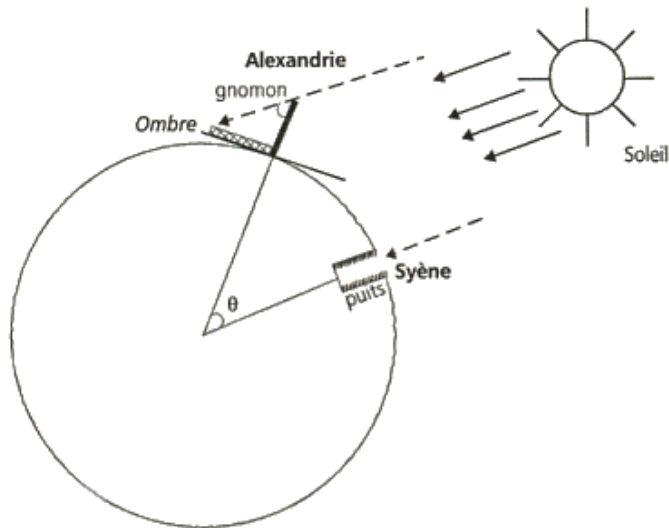
Quelques exemples :

La terre est une boule ! (C'est confirmé !)

Eratosthène au 3^{ème} siècle avant notre ère avait donné une mesure étonnement précise de la circonférence de la terre : le jour du solstice d'été, à midi à **Syène** (aujourd'hui Assouan), le soleil éclairait le fond d'un puits. Les rayons étaient donc verticaux. A l'aide d'un copain (il n'a pas fait l'expérience tout seul), en mesurant l'angle du soleil à la même heure à **Alexandrie**, **non seulement il s'assure de la rotondité de la terre mais en plus il en fait la mesure quasi exacte.**

Le principe du calcul : l'angle que forme en surface l'ombre du gnomon, est le même que l'angle au centre de la terre entre les 2 sites.

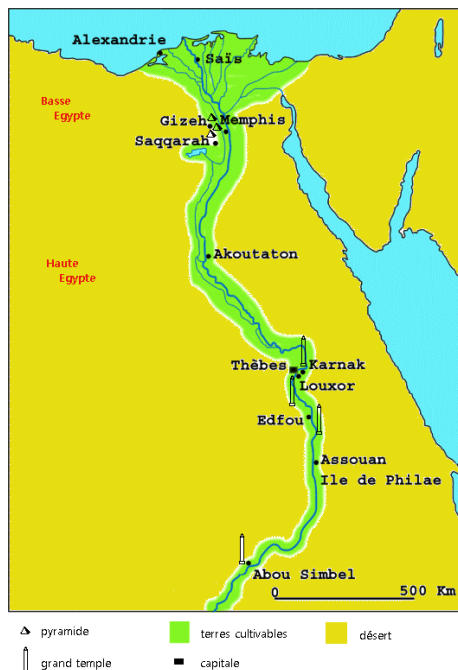
On connaît la distance et l'angle qui sépare les deux sites : le calcul qui s'en suit est élémentaire, bien sûr !



Ce calcul signifie que déjà à cette époque, les savants perses, grecs et égyptiens, Aristote (384-322) entre autres, pensaient qu'ils vivaient sur une boule. Le calcul d'Ératosthène confirme. Un **gnomon** est un bâton que l'on utilisait depuis l'antiquité entre autres pour les cadrans solaires.

Les 2 villes sont sur le même méridien donc la distance mesurée est dans le sens SUD – NORD. La distance entre ces 2 sites était connue de façon précise, la mesure, le STADE, étant étalonné en nombre de pas du chameau.

Pour les distances, les chameaux avaient la réputation d'avoir un pas extrêmement régulier pouvant être pris comme étalon.



▲ pyramide ■ terres cultivables ■ désert
 ↑ grand temple ■ capitale

Connaissant la distance entre les 2 villes situées sur le même méridien, **5000 stades**, (environ 780 km) il en déduit la circonférence de la terre : 250 000 stades soit avec le *stade égyptien* de 157.50m : 39375 km, à 2% du la mesure exacte : 40 075 km.

Par la suite (beaucoup plus tard !) on va penser que compte tenu de sa rotation la terre doit n'être pas complètement sphérique ; de fait les pôles sont légèrement aplatis : le rayon polaire est => 6357 km et => 6378 km à l'équateur.

2 expéditions ont été effectuées (en 1735 vers l'équateur au Pérou, puis 1736 près du pôle en Laponie) pour mesurer le degré d'angle avec l'axe de la terre. L'hypothèse de l'aplatissement de la terre a alors été confirmée.

LE MILE NAUTIQUE

En conséquence **une minute d'angle sur le méridien** a une longueur légèrement différente selon la latitude. (1861,6 m au pôle, 1842,9 m à l'équateur).

Pour le calcul de la distance de l'horizon, avions pris en compte un **rayon moyen** de la terre : **6371 km**.

Le **mile nautique** sera aussi une moyenne. C'est pourquoi on prend 1852 m, sans aucune décimale (première Convention internationale réunie à Monaco en 1929). La plupart des pays adopteront progressivement cette convention, les Etats-Unis en 1954 et même (!) le Royaume-Uni en 1970.

La terre étant une sphère, sa représentation à plat pose problème.

La projection Mercator

Cette projection date de 1569. À cette époque, l'essentiel du Monde vient tout juste d'être découvert. Elle s'est imposée comme le planisphère standard grâce à sa précision pour les voyages maritimes.

Le géographe flamand **Gerardus Mercator** imagine en **1569** qu'une projection cartographique cylindrique tangente à l'équateur permettra d'obtenir une **Planisphère**.



Problème : plus on s'éloigne de l'équateur vers les pôles et plus les aires sont déformées.

Toutes les cartes sont fausses : les distances ne sont « **conformes** » que dans le sens des latitudes, pas les surfaces. Par contre **les angles** sont conservés avec les méridiens ce qui est essentiel pour la navigation.

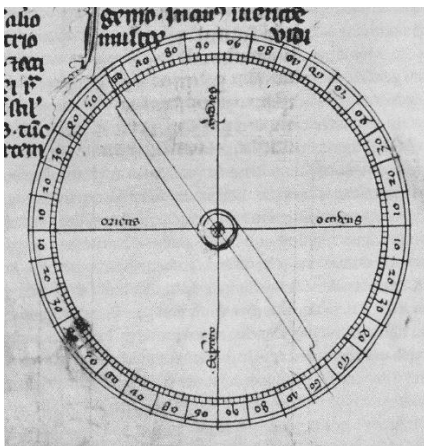
Il faut donc choisir en fonction des besoins.

Pour la navigation, on en vient au choix de la route à suivre.

Pas de repères matériels. Mais on a l'étoile polaire : depuis longtemps on connaît les phénomènes magnétiques.

*L'origine de la **boussole** est très incertaine. Il est à peu près sûr que les Chinois ont été les premiers à remarquer les propriétés directrices de l'aimant. [...] En fait les premières **boussoles** dignes de ce nom apparurent en Chine au IXe siècle.*

Il faudra attendre 1600, pour que le phénomène du magnétisme soit mieux compris et plus exhaustivement décrit par William Gilbert dans son ouvrage :



De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure (Du magnétisme et des corps magnétiques, et du Grand Aimant Terre).

En navigant à la boussole, l'intérêt est de pouvoir maintenir un cap constant.

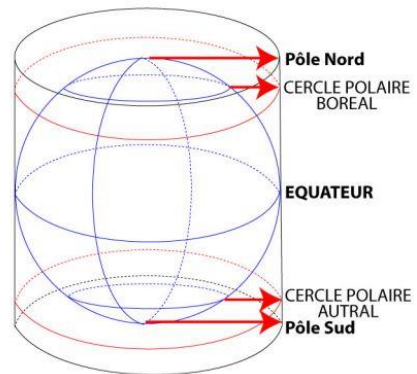
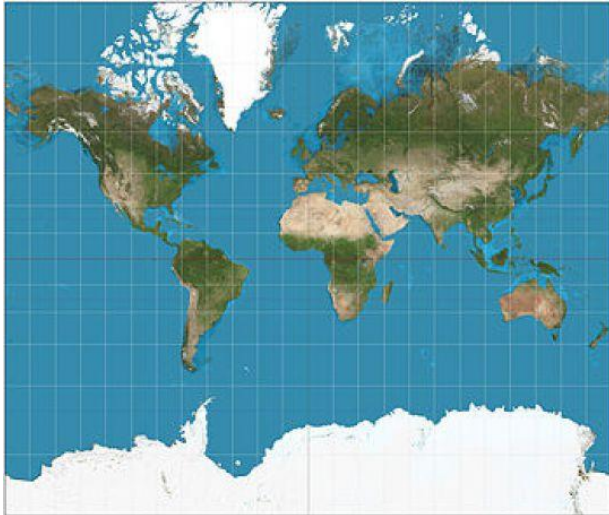
La projection de Mercator, dite **conforme**, conserve les angles.

Pour la navigation, c'est très pratique. Elle nous permet de tirer des lignes droites sur nos cartes dont on peut lire les coordonnées en tout point. Mais les distances avec ce type de projection ne sont utilisables que dans le sens des latitudes.

Par contre, dans le sens des longitudes, chaque parallèle aura la même longueur sur la carte. **Plus on s'écarte de l'équateur, plus c'est faux.**

La **loxodromie** est la route suivie garde un angle constant par rapport aux méridiens. Mais ce n'est pas la route la plus courte, car contrairement à la carte, la surface parcourue n'est pas plate.

La distance entre les méridiens diminue au fur et à mesure que l'on monte en latitude vers les pôles. Pour en tenir compte il ne faut pas tracer une route droite sur la carte mais optimiser en arrondissant, là où les méridiens sont plus rapprochés. Mais le calcul de cette optimisation est complexe. C'est l'**orthodromie**.



A la voile, ce n'est pas le souci principal car on est aussi tributaire du vent.

Mais en course, la route à suivre doit être optimisée. Encore plus avec l'aviation, l'enjeu est économique.

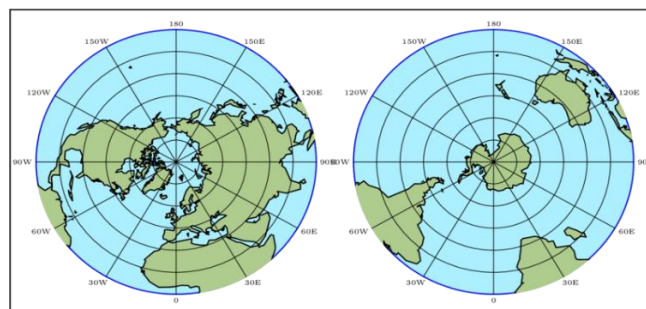
Au départ de Roissy vers les Etats-Unis, on survole l'Irlande, l'Islande, le Groenland, la côte canadienne puis américaine jusqu'à NY et même Miami.

Pour déterminer concrètement la route optimum, il faut calculer **l'angle** à suivre par rapport aux méridiens. Dès le moyen-âge les mathématiciens arabes et persans en avaient compris la complexité. Une formule dite des *cosinus* est attribuée au mathématicien *Abu al Battâni* dès le IX^{ème} siècle. Puis on a progressé dans l'usage de la trigonométrie.

Aujourd'hui les pilotes s'en remettent aux logiciels de bord.

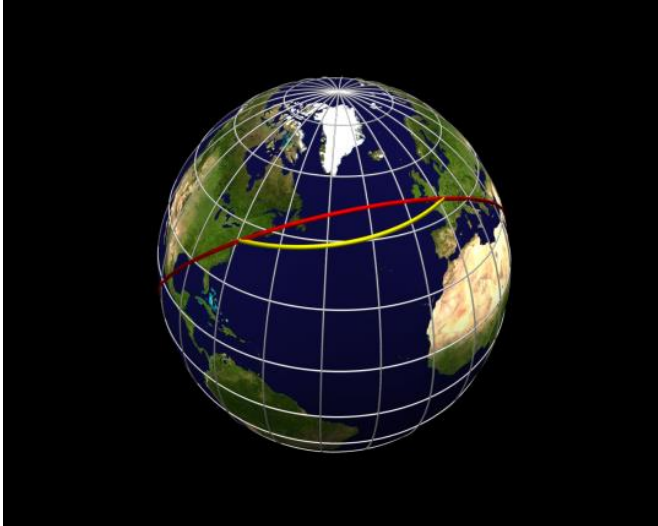
Les surfaces réelles les plus proches des pôles sont déformées au point d'être inutilisables au-delà des cercles polaires.

Pour les navigations proches des pôles, on utilisera d'autres projections plus pertinentes, comme celle de **Postel qui place le pôle au centre de la carte**.



Alors, quelle différence entre orthodromie et loxodromie ?

Loxodromie (en jaune) et



Orthodromie (en rouge) entre Paris et New York

La **loxodromie**, c'est la ligne droite que nous traçons sur nos cartes Mercator. C'est l'équivalent d'une trajectoire suivie par un navire **au cap constant**. Par exemple pour rejoindre Marie Galante (Antilles) au départ du Cap Vert on suivra une route fond au 260°. Cette route est la plus simple à tracer sur une carte papier. Mais la distance la plus courte à parcourir sur une sphère, c'est l'**orthodromie**. Ce terme vient du grec dromos (course) et ortho (droit), et signifie courir en ligne droite. Mais l'**orthodromie** est aussi la route la plus complexe à suivre. En prenant en compte la rondeur de la terre, elle impose aux navigateurs de constamment modifier leurs caps.

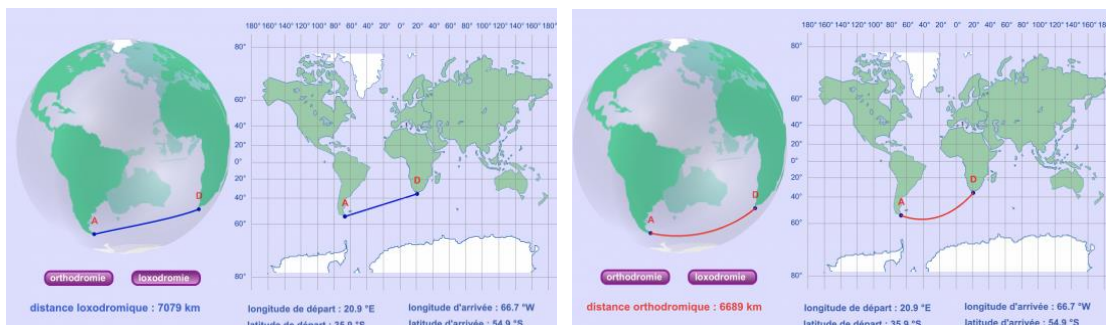
En pratique, l'erreur est négligeable pour nos navigations les plus courantes. A la hauteur de l'équateur et jusqu'à 15° Nord, les routes loxodromiques et orthodromiques se confondent presque.

Pour se simplifier la vie, on accepte une légère imprécision. C'est la route loxodromique que l'on trace sur notre carte Mercator.

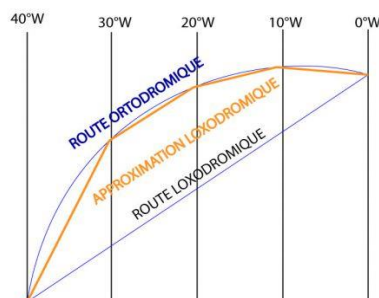
Mais en se rapprochant des pôles, l'écart devient significatif. Il peut atteindre quelques centaines de miles pour les grandes distances.

Par exemple :

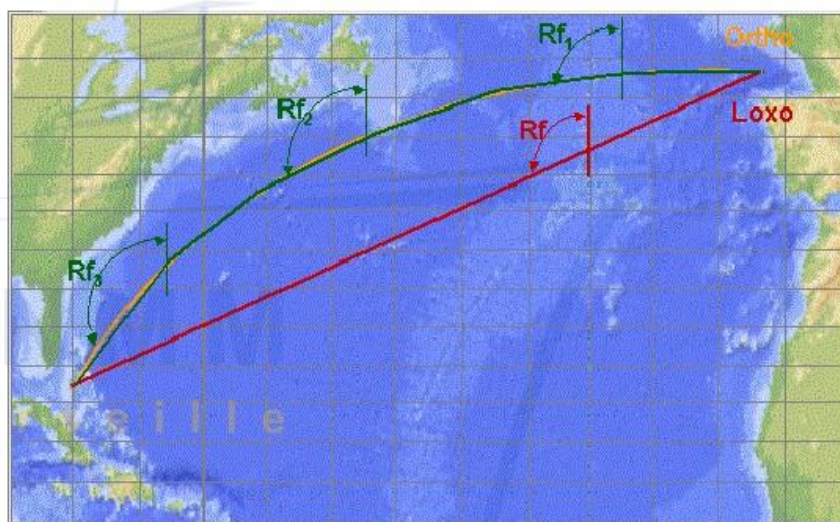
*Sur un trajet Cap Horn - Cap de Bonne Espérance, la distance loxodromique (cap constant) est de **3822 mn**. Alors que la distance orthodromique est **3612 mn** soit un gain de **210 miles**.*



Par contre sur un trajet entre Brest et Marie Galante (Antilles), la différence est de l'ordre de **30 miles**, ce qui est négligeable pour un plaisancier.



Comment tenir compte de l'orthodromie ?



La question de la route à suivre sera le plus souvent résolue à l'aide de l'électronique. Dans la majorité des cas, le GPS intègre le calcul de la route orthodromique et nous indiquera le cap à suivre pour la route la plus courte. Idem pour le logiciel de navigation. Par exemple le programme *Adrena*, vous propose de choisir le mode de route pour la lecture des distances et cap ou pour le calcul des routages.

Nous ne sommes pas des pilotes de ligne parcourant le globe terrestre dans tous les sens. Alors en croisière à la voile nous nous contenterons de la simplicité loxodromique.

Avant de déterminer sa route il faut savoir où l'on va et d'où l'on vient !

Un peu d'histoire de la cartographie.

Les premières cartes connues dans l'antiquité représentent les étoiles et non la terre. Ptolémée vers 150 ap.JC cherche à réaliser une carte générale du monde connu avec fleuves, peuples, villes, relief, ...

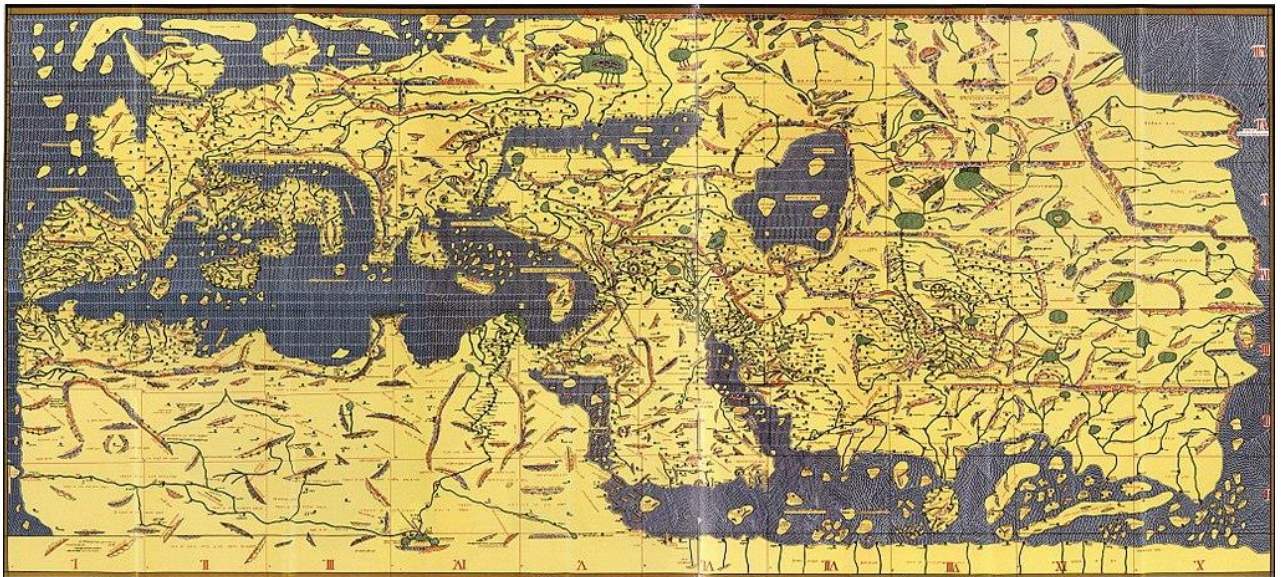
Au IX^{ème} s. les cartes ne servent pas à se repérer mais centrées sur Jérusalem, elles étaient un support à la réflexion philosophique et religieuse.

Longtemps il ne s'agit que de descriptions, mais les progrès seront liés avec les connaissances scientifiques, les **mesures d'angles** en particulier.

Pour connaître la direction de La Mecque les arabes progressent scientifiquement. En 1154 le géographe Al Idrissi réalise une carte du monde (connu) la *Tabila Rogeriana*, très précise pour l'époque.



Remarque : elle est orientée **vers le sud**.



La même, retournée orientée NORD Cette orientation nous est plus familière et reconnaissable.

Pour les marins, un nouveau type de cartes apparaît fin XIIIe en Espagne et au Portugal : le **portulan**. L'infant Henri « le navigateur » s'entoure de nombreux savants de toutes origines. C'est le début des grandes navigations. Les proches de Ch. Colomb sont des cartographes.

Henri « le navigateur » 1394-1460 infant du Portugal est l'initiateur des grandes navigations : Vasco de Gama contourne l'Afrique en 1498.



Portulans portugais vers 1373



Option impression sur toile et suspende en Chêne

Lorsque le Portugal sera conquis par la couronne espagnole, les hollandais prendront le relai pour la course vers les routes des épices.

Dés 1600 les calvinistes des **Provinces Unies** au contraire des aristocrates français sont des bourgeois, commerçants et entrepreneurs, et dotent les capitaines de la **compagnie des Indes** de **cartes de navigation** et les chargent de les compléter.

En 1602 est créée la Compagnie néerlandaise des Indes Orientales ou *Vereenigde Oostindische Compagnie*, plus connue sous le sigle **VOC**.

Le navigateur hollandais **Linschoten** publie un traité contenant des **instructions nautiques** sur le voyage en Orient : traduit en français, en allemand et en anglais, le **Routier de Linschoten** acquiert une notoriété immense auprès des marins d'Europe du Nord et devient la bible des capitaines de navires marchands pendant tout le XVII^e siècle.

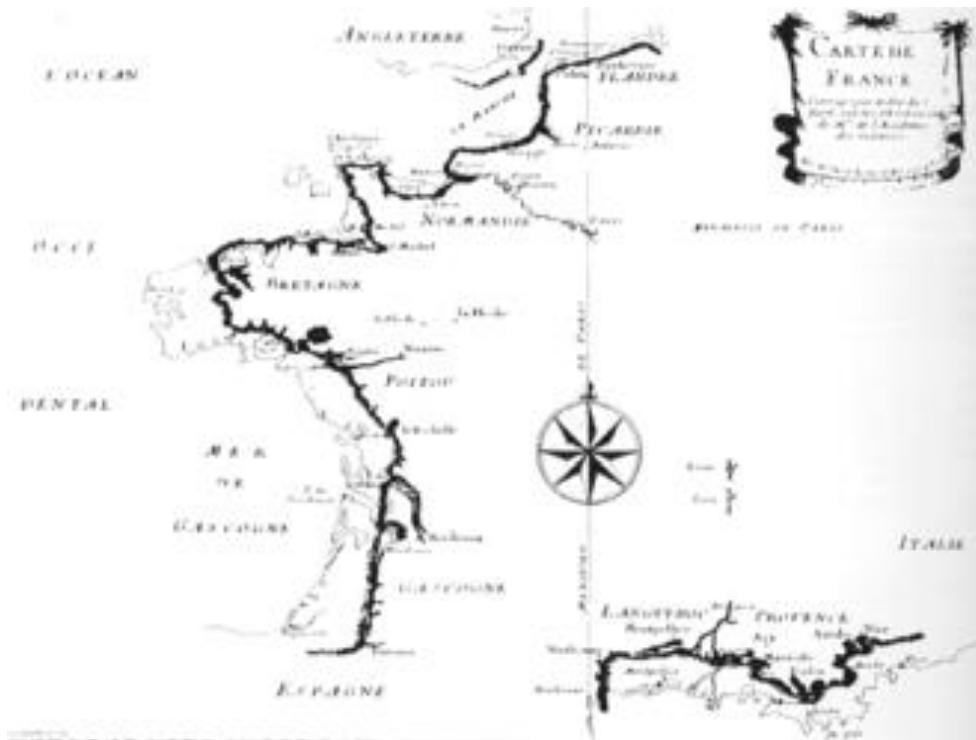
Mais on se rend compte que ces « cartes » sont plus des **descriptions** très utiles que des documents établis avec une rigueur et précision toute relative. Il est vrai que les **instruments de mesure à disposition** des marins étaient encore très rudimentaires.

En France la première carte est dressée par Oronce Fine en 1553 :

Le pouvoir royal en France est « terrien » et la connaissance des côtes est essentiellement défensive. Les fortifications de Vauban en sont le témoignage.

La première carte générale du territoire fut dressée par les **Cassini** (père et fils) au XVIII^e s. **Cette fois les méthodes employées sont beaucoup plus rigoureuses. Mais on dispose à terre d'autres instruments de mesure qu'en mer.**

Il sera intéressant d'y revenir ainsi que sur l'apport des réformateurs du « **siècle des lumières** » et des techniques de **triangulation géodésique**.



Carte du littoral rectifiée en 1692.

CASSINI et la mesure du méridien.

En 1671-73 Louis XIV ordonne à l'Académie de dresser une carte de la France.

Les Cassini, Jacques puis son fils César-François, imaginent une méthode qui permet de mesurer précisément les distances entre des bornes que l'on dispose en triangles de loin en loin.

En reportant les triangles mesurés de proche en proche, la mission Méchin-Delambre va terminer en 1718 après 7 ans de difficultés la mesure du méridien entre Dunkerque et Barcelone.



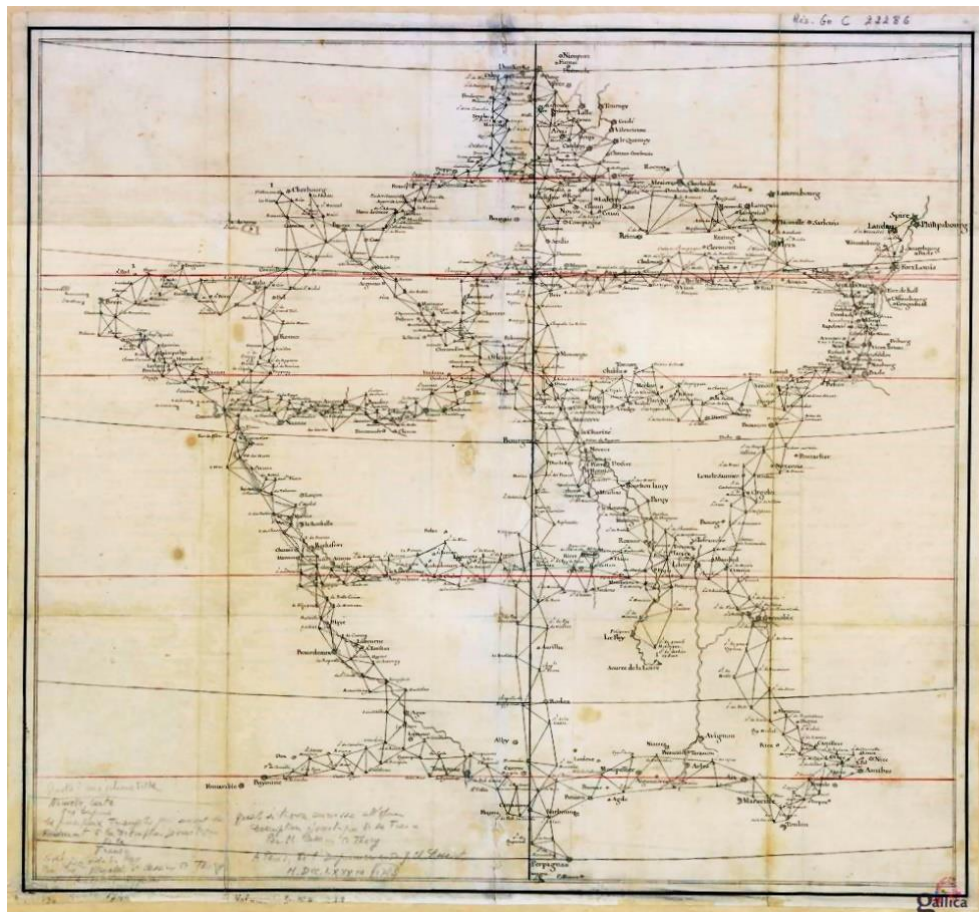
Ces mesures bénéficient des progrès apportés par le **cercle de Borda**, ancêtre du sextant.

Pourquoi cette technique de triangulation s'est-elle imposée en cartographie ?

Sur terre, comme évoqué, à défaut de clochers ou autres repaires remarquables, on dispose des bornes de loin en loin, et aussi des « **pyramides de Cassini** ».



Progressivement tous les grands axes seront mesurés selon des continuités de triangles, comme l'illustre la carte ci-dessous.



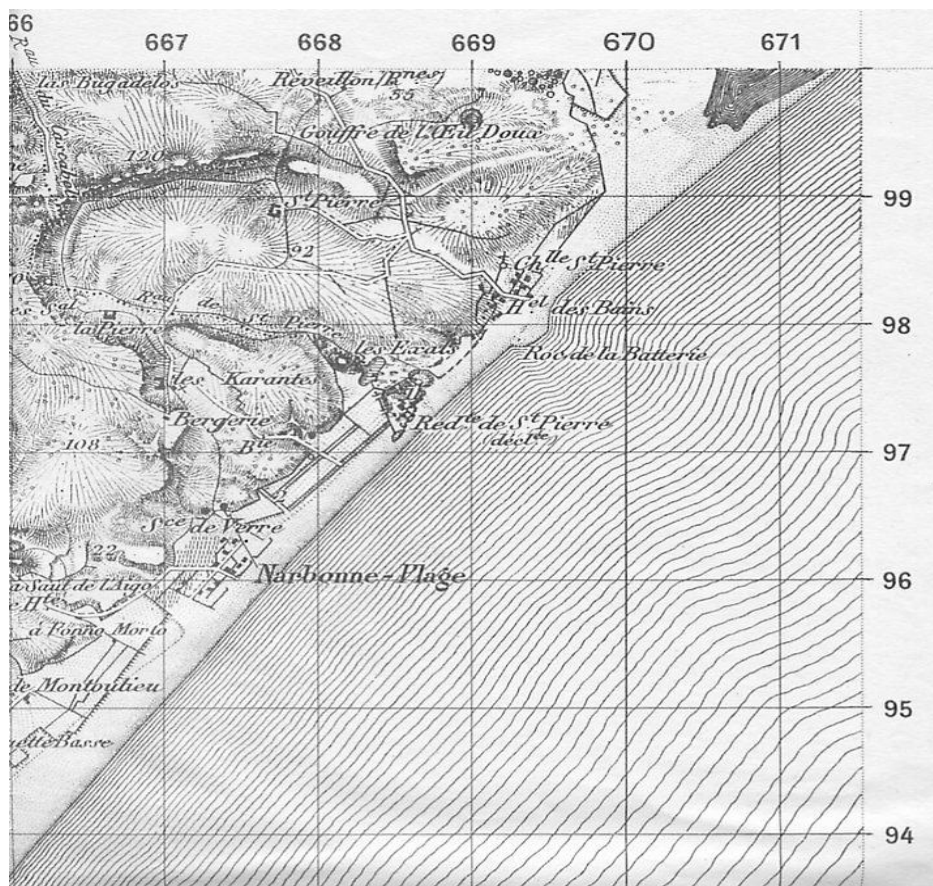
En navigation côtière, on ne procède pas autrement en évaluant notre position par rapport aux amers visibles de la cote à l'aide de notre compas de relèvement.

Les cartes « d'ETAT MAJOR »

Les projections conservant les surfaces sont dites « **équivalentes** » C'est ainsi qu'en 1802, NAPOLEON choisi la projection proposée en 1780 par Charles-Marie **BONNE** pour les cartes d'état-major.

Succédant aux cartes de Cassini dont l'absence de mise à jour devenait de plus en plus gênante, une ordonnance royale de 1827 confie au « *Dépôt de la Guerre* » l'exécution d'une mise à jour. La projection est celle de **BONNE**, toujours reposant sur la technique de triangulation à partir du **méridien de Paris**. La **figuration du relief** reste la grande nouveauté par rapport à la carte de Cassini.

La projection de *Bonne* est « équivalente » : elle conserve les surfaces mais pas les droites. C'est ce qui intéresse les militaires, comme la représentation du relief. En 1827 pour la première fois on tente de représenter le relief sur tout de territoire.



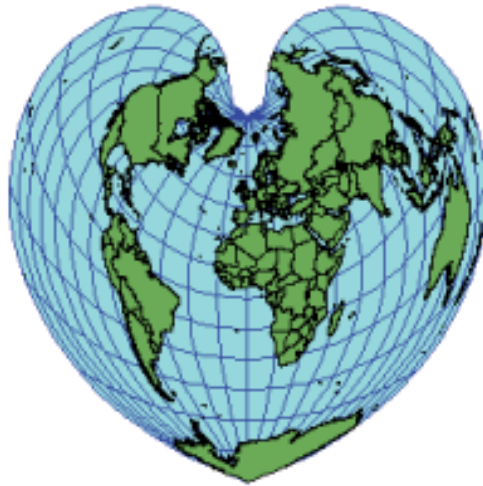
Des polémiques vont opposer les partisans des courbes niveau et ceux des hachures tracées à la plume. Création d'une commission qui devra normaliser en 1827. En mars 1851, on en est toujours là : En « pays ordinaire » les besoins distinguent ce qui convient en moyenne montagne des « pays à peu près plats »

Mais avec les progrès de l'artillerie, les tirs à longue distance ne se feront plus à vue mais à partir d'une carte : il faut alors préférer la bonne direction plutôt que la bonne surface.

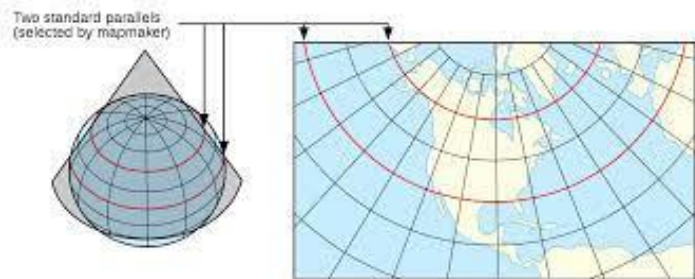
En 1898, évolution majeure : la projection *Bonne* est abandonnée au profit de celle de *Lambert* cohérente avec le tout nouveau système géodésique français, **NTF**. (« *Nouvelle Triangulation Française* »).

Pendant la guerre de 14 de nouvelles échelles sont éditées pour satisfaire les militaires, l'artillerie en particulier, et revenir à une projection dite « **conforme** ».

Différentes projections sont tentées mais il faut choisir entre le respect des angles et des surfaces. Quelques exemples :

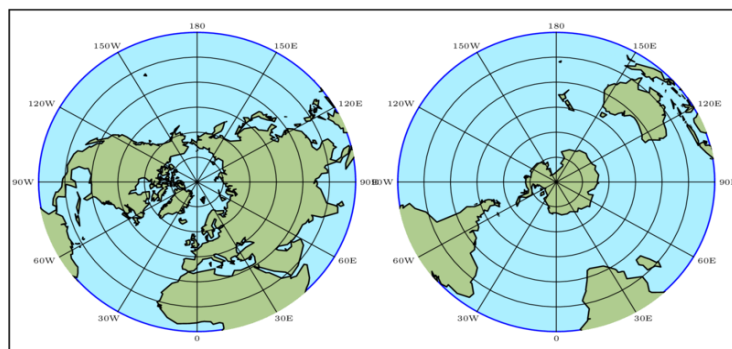


Projection BONNE

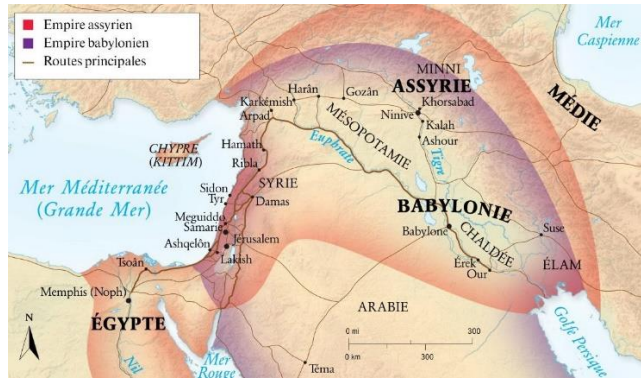


Conique LAMBERT

POSTEL pour les pôles



Pourquoi 360°



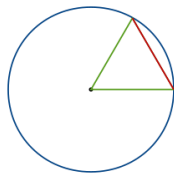
Les portes d'Ishtar au Pergamon Museum de Berlin : Construites au moins avant 1100 av.JC avec les murailles de **Babylone**, elles ont été restaurées en 580 av.JC par Nabuchodonosor. Dégagées des fouilles., elles ont été reconstruites à Berlin au début du XXème s. De telles constructions témoignent du haut niveau de connaissances il y a 2500 ans.

La terre faisant le tour du soleil en 365 jours et des poussières, on est tenté de croire que dans l'antiquité les **Babyloniens** ayant défini l'année en 12 mois de 30 jours ont retenu ce chiffre de 360. Cela avait l'avantage de correspondre à la base **sexagésimale** (60) déjà utilisée depuis des siècles par les **Sumériens** et les mathématiciens persans. Le degré correspondait d'ailleurs à peu près au décalage d'angle entre les observations du ciel d'une nuit à la suivante.

La base sexagésimale (60) a aussi l'avantage de faciliter le calcul des fractions :
60 (et son multiple 360) est divisible par 2, 3, 5 et leurs combinaisons 6, 8, 10, 15, 20, 30...

Notons que si « l'architecte de l'univers » cité par Descartes n'avait pas eu la tête ailleurs, il n'aurait pas ajouté 5 jours « épagomènes » à l'année dont on ne sait que faire, la lune tournerait en 30 jours ce qui faciliterait nos calculs de marée.

L'intérêt des triangles.



Comme l'année cyclique Babylonienne de 360 jours, le cercle peut être divisé en 6 triangles isocèles : 3 angles de 60°chaque. Le triangle est aussi la figure géométrique la plus simple pour définir une surface.

Enfin il suffit de connaître la longueur d'un seul côté avec ses 2 angles adjacents, ou un seul angle et ses deux côtés pour en compléter les autres mesures par la **trigonométrie**.

Remarque : Le degré d'arc (**symbole °**) n'est pas une unité du **Système International (SI)** même si son usage est généralisé. (La mesure des angles du **SI** est le **radian** dont la mesure est **pi/180**).

NB. Je ne connais personne qui utilise le radian pour calculer sa route ou faire un relèvement !

* * *

Le système géodésique français (NTF) a débuté en 1880.

Les cartes maritimes que nous utilisons sont éditées par le SHOM : Etablissement public hérité d'un ancien service hydrographique, créé par Colbert le 19 novembre 1720.

Elles comportent 3 types de renseignements :

- **Les altitudes terrestres** des cartes **IGN** : Le Zéro altimétrique « Zéro IGN 69 » a pour référence Marseille.
- **Le niveau hydrographique**, le zéro correspondant au plus bas niveau de marée possible. (Coefficient 20).
- **Les coordonnées** : Les anciennes références géodésiques de 1950 : **ED 50**, ont été remplacées **depuis 2001** par la référence **WGS84** cohérente avec les GPS.

La détermination précise des longitudes et latitudes seront des étapes décisives dans l'histoire de la navigation.

En mer, pas de repères matériels, on dispose quand même d'un instrument : la **boussole** qui permet de s'**orienter**.

Et même on sait mesurer les hauteurs des astres pour évaluer les **latitudes** à l'aide du descendant du « *bâton de Jacob* », puis du « *cercle de Borda* » enfin du **sextant** (je brûle quelques étapes).

Dans tous les cas les mesures porteront sur des **ANGLES** et donc des **DEGRES**.

Pour les longitudes : Woualou !

Depuis le **SPOUTNIK en 1957**, les satellites et le GPS ont pris le relai de la triangulation pour déterminer sa position, mais il est toujours utile, voir même prudent de savoir utiliser les moyens qui peuvent être considérés comme archaïque.

En conclusion, revenons à notre situation au début de cet exposé. Au centre de nul-part, comment savoir où l'on est, où on va ?

Ces milliers d'années de connaissances accumulées nous ont permis de maîtriser l'usage des angles et des degrés. Mais faute de repères en haute mer, les savants n'ont pas de solutions pour situer les longitudes.

Pour cela il faudra maîtriser non seulement les mesures de l'espace, mais celles du temps qui s'écoule. Et cette fois, c'est un horloger qui nous apportera une solution.

Mais c'est un autre sujet.

Dominique Rouillard, oct 2021